



Proposal of an Estimator of the Hurst Parameter
for a Self-Similar Process Representative of the
Degree of Randomness of the Recorded Traffic in
IEEE 802.3-2005 Networks

Ginno Millán

EasyChair preprints are intended for rapid
dissemination of research results and are
integrated with the rest of EasyChair.

March 16, 2021

Proposal of an Estimator of the Hurst Parameter for a Self-Similar Process Representative of the Degree of Randomness of the Recorded Traffic in IEEE 802.3-2005 Networks

Ginno Millán

*Facultad de Ingeniería y Tecnología, Universidad San Sebastián
Puerto Montt, Chile; e-mail: ginno.millan@uss.cl.*

Resumen: Se presenta, discute y desarrolla la hipótesis de la existencia de un proceso con estructura de memoria temporal de largo plazo, representativo de la independencia entre el grado de aleatoriedad del tráfico generado por las fuentes y el patrón del flujo de tráfico que exhibe la red. Se expone esta instancia para ser considerada como una forma nueva y alternativa de abordar temas de estimación del rendimiento y diseño de redes de computadoras regidas por el estándar IEEE 802.3-2005.

Abstract: An hypothesis for the existence of a process with long term memory structure, that represents the independence between the degree of randomness of the traffic generated by the sources and the pattern of traffic stream exhibited by the network is presented, discussed and developed. This methodology is offered as a new and alternative way of approaching the estimation of performance and the design of computer networks ruled by the standard IEEE 802.3-2005.

Keywords: Computer networks, IEEE 802.3-2005 standard, Network traffic, Self-similar process.

1. INTRODUCCIÓN

El posicionamiento y consolidación de Ethernet como estándar predominante en el campo de las redes de computadoras a niveles de coberturas tanto locales como extensas, frente a tecnologías tradicionales como Frame Relay, DQDB y ATM, son hechos cuyas explicaciones se encuentran, precisamente, en sus principales características, a saber, compatibilidad e interoperatividad entre equipamientos Ethernet de distintas velocidades, altas prestaciones, escalabilidad y capacidad de autoconfiguración, independencia del direccionamiento IP y, sin lugar a dudas, por su consabida economía de escala.

Ethernet, inicialmente a 3 Mb/s, ha evolucionado de 10 Mb/s a 10 Gb/s en veintidós años (ello sin considerar, además, el estándar IEEE 802.3ba que especifica Ethernet a 40 Gb/s y 100 Gb/s, desde 2007), y del uso de simples puentes ideados para la interconexión de redes con idénticos protocolos a nivel físico y de acceso al medio, ha progresado hacia conmutadores N*10 Gb/s [1], [2].

Comprendidos en esta continua evolución que experimentan las redes Ethernet, se encuentran dos aspectos de especial interés, atención y criticidad. El primero, dice relación con el completo abandono del medio compartido half-dúplex de sus orígenes, para dar el paso a enlaces dedicados full-dúplex, mientras que el segundo aborda su extensión: Ethernet ha evolucionado desde distancias de rango LAN a coberturas de rango WAN [3]. Y aun, cuando ambos cambios han sido con más graduales en el tiempo, son radicales desde el punto de vista de Ethernet, por cuanto en su conjunto significan, por una parte, la desaparición del mecanismo de control de acceso al medio dictaminado por el protocolo CSMA/CD y, por otra,

suponen un tan drástico como radical cambio en los medios de transmisión, tendiente a la utilización masiva y absoluta de las fibras ópticas para brindar un soporte a aplicaciones cada vez más demandantes de ingentes anchos de banda.

Las redes de área local, en general, y Ethernet en particular, nacieron siendo, en esencia, redes de medio compartido de alta capacidad frente a tecnologías de redes WAN basadas en la conmutación y con caudales de transmisión, generalmente, inferiores a los disponibles en las redes LAN. Sin embargo, la evolución de las tecnologías utilizadas en ambos entornos hoy converge en soluciones basadas en Ethernet y sus diversas especificaciones. De esta forma, las actuales redes Ethernet son conmutadas, están compuestas casi en su totalidad por enlaces dedicados full-dúplex, incorporan la multiplexación según el estándar IEEE 802.1Q, y soportan distancias de transmisión idénticas a las soportadas por los enlaces WAN convencionales. Este grado de evolución se atribuye en gran parte al alto nivel de desarrollo alcanzado por los conmutadores Ethernet, puesto que no tan solo ha redundado en un aumento de los grados de transparencia y de simplicidad operacionales, sino que también ha incidido directamente en la incorporación de funcionalidades adicionales a la simple conmutación, lo cual, desde el punto de vista del estándar, se traduce en la extensión del formato de la trama original con la incorporación de etiquetados para VLAN y establecimiento de prioridades para clases de servicio, en el aumento de tamaño de la señal portadora de CSMA/CD, en la incorporación de ráfagas de paquetes para lograr compensar la pérdida de velocidad en las redes ocasionada por los bits de extensión de la portadora y, final y prioritariamente, en el total abandono del mecanismo para la contención y resolución de colisiones dictado por el algoritmo de retroceso exponencial [4], [5].

Por otra parte, esta tendencia migratoria hacia redes Ethernet sin medio compartido, se confirma con la incorporación de los estándares IEEE 802.1X, IEEE 802.1w (RSTP; actualmente incorporado en estándar IEEE 802.1D), e IEEE 802.1s (MSTP; actualmente incorporado en el estándar IEEE 802.1Q), que establecen como requisito indispensable enlaces dedicados full-dúplex para su correcta operación. Cabe señalar que estos enlaces dedicados no tan solo son necesarios para obtener las máximas prestaciones de la red, sino que, además, hacen efectiva la seguridad a nivel de enlace lógico de datos (LLC), simplifican sus protocolos, y posibilitan los mecanismos de convergencia rápida en capa dos.

Un ejemplo categórico de la discusión anterior lo constituye el estándar IEEE 802.3ae (Ethernet a 10 Gb/s), el cual en su especificación ya no contempla el uso de enlaces half-dúplex como ocurre en IEEE 802.3z (Ethernet a 1000 Mb/s), donde su mantención obedece a estrictas razones de compatibilidad con las bases de equipamiento con anterioridad instaladas, teniendo como objetivo final, el de servir como plataforma en procesos de migración o transición tecnológicas. Es necesario llegado este punto, recordar que IEEE 802.3z es la última de las especificaciones incluidas en el estándar IEEE 802.3 que brinda soporte nativo a esta modalidad de comunicación entre dispositivos.

Resulta de gran atención e interés el hecho de que en las redes Ethernet tradicionales predominasen la difusión e inundación como mecanismos básicos y válidos al momento de establecer la presencia o la ausencia de estaciones, y hoy, por contraparte, se busca la mínima difusión de las tramas por las mismas dos razones que se evitan en las redes WAN: la degradación del rendimiento y el control exhaustivo de los flujos de tráfico.

Paralelamente a lo anterior, las redes de mayores coberturas van incorporando tecnologías propias de los entornos LAN debido a su robustez y buena relación precio/prestaciones estando ya bastante implantadas en entornos tanto de acceso como metropolitanos y de forma creciente en entornos WAN propiamente tales [6].

Todos los argumentos anteriores avalan un replanteamiento en la forma de estudiar las prestaciones del mecanismo de control de acceso al medio CSMA/CD, en términos del impacto que su rendimiento provoca en los actuales entornos conmutados, entendiendo el rendimiento como la cantidad de información útil que la red es capaz de transportar, en relación a la cantidad de bits transportados realmente, además de llevar a cabo una caracterización de la naturaleza del tráfico bajo estudio en términos de un patrón de comportamiento capaz de describir tanto su evolución temporal como sus implicancias sobre el rendimiento anteriormente definido.

Se considera el parámetro de rendimiento como una forma activa de medir las prestaciones de una red, pues es uno de los aspectos de mayor interés dentro del análisis global de los sistemas de comunicaciones debido a la repercusión que tiene sobre los usuarios finales. Por otra parte, la caracterización del tráfico que se cursa en las redes se explica por cuanto de ella depende el comportamiento que exhiba el parámetro de rendimiento en cada caso particular, convirtiéndose de esta forma en un factor clave para su caracterización.

De igual forma se justifica un nuevo enfoque para llevar a cabo los procesos de modelado de redes Ethernet, puesto que, en términos de la evolución antes planteada, se infiere que el sucesor natural del estándar IEEE 802.3u (Fast Ethernet), es el estándar IEEE 802.3z (Gigabit Ethernet), el cual cederá su lugar en los entornos de acceso y WAN, a los estándares IEEE 802.3ae (Ethernet a 10 Gb/s) e IEEE 802.3ba (Ethernet a 40 Gb/s y 100 Gb/s), respectivamente, y las repercusiones que consigo traen aparejadas estas migraciones tecnológicas, deben ser adecuada y debidamente evaluadas, dimensionadas y categorizadas en términos de su impacto sobre las bases de equipamiento ya instaladas, todo, bajo la óptica definida con anterioridad, y por supuesto antes de su adopción.

Por otra parte, la aceptación de la existencia de patrones de tráfico autosimilares se realiza sobre el hecho empírico de que éstos se caracterizan por la presencia permanente de ráfagas de tráfico de paquetes a través de diferentes escalas de tiempo y que la propiedad característica de los procesos autosimilares es la dependencia a largo plazo (LRD), la cual se presentan al aumentar el nivel de agregación [7]. Luego, el comportamiento fractal de este tipo de tráfico no coincide con el comportamiento tradicionalmente modelado a través de procesos de Poisson, los cuales se caracterizan por la ausencia de ráfagas y una baja variabilidad reflejada en la independencia temporal entre las muestras. En resumen, se trata de procesos que exhiben dependencia temporal a corto plazo que desprecia la relación entre procesos temporalmente distantes, es decir, se trata de procesos de memoria nula y que, por lo tanto, no consideran válida la existencia de algún tipo de patrón representativo del tráfico cursado.

Considerando los mismos argumentos, además del hecho que los fenómenos autosimilares presentan el mismo aspecto o comportamiento cuando se visualizan con distintos grados de ampliación o a distintas escalas de una cierta dimensión, y que el objeto de interés en redes de computadoras son las series temporales que muestran autosimilaridad respecto al tiempo, se debe de establecer un grado de autosimilaridad para dichas series, el cual, por definición, se expresa utilizando únicamente un parámetro representativo de la rapidez de decrecimiento de la función de autocorrelación, lo cual responde a que una serie de tiempo es autosimilar si la serie agregada tiene la misma función de autocorrelación que la serie original. Esto se logra con el parámetro de Hurst, H , el cual puede ser estimado por diversos métodos, siendo el de Whittle el que ofrece el mayor rigor estadístico.

El cálculo del estimador de Whittle puede realizarse a partir de diversos algoritmos, todos los cuales precisan de la forma del proceso estocástico subyacente. En este trabajo se propone una variante de este estimador que permite obtener el grado de autosimilaridad, con una relación aceptable de compromiso entre el coste del modelo computacional (mayor inconveniente presente en la obtención del estimador de Whittle cualquiera sea el método elegido), y la calidad de las estimaciones.

Formalmente, la propuesta consiste en modificar el estimador local de Whittle, o estimador Gaussian semiparamétrico, del parámetro de memoria en procesos estándar a corto plazo planteado en [8]. Con ello se esperan obtener todas las ventajas heredadas de la técnica original, la cual exhibe sus principales

atributos como alternativa a la técnica de regresión del logaritmo del periodograma expuesto en [9]. En particular, se espera que bajo supuestos aun menos restrictivos se muestre una forma de ganancia de eficiencia asintótica. El procedimiento consiste en primeramente llevar a cabo un análisis del comportamiento asintótico del estimador Gaussian semiparamétrico original del parámetro de memoria en procesos con memoria cíclica o estacional permitiendo divergencias o bien ceros espectrales de tipo asimétricos, para luego obtener, por la vía de modificar el algoritmo original, la consistencia y la normalidad asintótica necesarias para la caracterización de los flujos de tráfico.

2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El análisis de tráfico basado en teoría de colas, ha resultado ser de enorme utilidad para el diseño de redes y el análisis de sistemas a efectos de realizar planificaciones de capacidades y predicciones de comportamientos [10]. Sin embargo, existen muchos casos del mundo real en los cuales se ha observado que todos los resultados predichos a partir de un análisis de colas difieren significativamente del rendimiento observado en la realidad [11]. En este sentido, se recuerda que la validez de los análisis basados en teoría de colas depende de la naturaleza de Poisson del tráfico de datos, y que al tratarse de procesos de Poisson, tanto la representación de la duración de cada arribo como la del tiempo entre arribos de tramas, son representadas por variables aleatorias independientes y exponencialmente distribuidas. Por lo tanto, se trata de modelos con memoria nula. Y, siendo este el caso, de modelos en los que la probabilidad de una llegada en un instante, es independiente de los instantes de llegadas anteriores, propiedad que no se cumple en las redes de conmutación de paquetes. No obstante, se reconoce que el objetivo de estas suposiciones responde con rigurosidad a la obtención de modelos relativamente simples desde el punto de vista analítico.

A partir de los resultados obtenidos en [12], la existencia de una dependencia temporal es objeto de estudio por parte de numerosos autores, destacando el descubrimiento del enorme impacto que puede llegar a tener sobre las prestaciones de un sistema de colas. A la luz de este gran hecho existe abundante literatura sobre modelos de tráfico de entrada que exhiben estructuras de correlación más o menos complejas, aplicadas a casos en los cuales el modelo del sistemas teleinformáticos bajo estudio permite mantener un trato analítico adecuado. Pero en cualquier caso estos modelos, fundamentalmente de naturaleza markoviana, desprecian la correlación a partir de una determinada separación temporal, aun cuando esta pueda ser arbitrariamente aumentada a costa de complicar el modelo con parámetros adicionales.

En [13] y [14] se demuestra que tras exhaustivas mediciones sobre una red Ethernet, el tráfico, entendido como el número de tramas en la red por unidad de tiempo, presenta naturaleza autosimilar o fractal, lo cual se pone al descubierto con la existencia de una acusada correlación a largo plazo.

En [15] y [16] se demuestra el carácter autosimilar del tráfico en redes WAN, mientras que en [17] se coloca de manifiesto la naturaleza fractal del flujo de datos de los protocolos que componen el sistema de señalización número 7 (SS7) en redes de señalización de canal común.

En [18] se coloca de manifiesto la naturaleza autosimilar del tráfico debido al WWW a través de evidencia experimental e intuyen sus posibles causas y origen.

En [19] y posteriormente en [20] se demuestra la naturaleza autosimilar en el tráfico de video de tasa variable (VBR).

En [21] se demuestra que la distribución de probabilidad que sigue el tamaño de la cola de un multiplexor exhibe una caída asintótica del tipo Weibull al utilizar como tráfico de entrada cierto tipo de proceso autosimilar. Luego en [22] se demuestra que esta caída es aún más lenta y de tipo hiperbólico si se utilizan otros procesos autosimilares.

La referencia [23] demuestra que el ancho de banda efectivo calculado sobre la base de modelos de Markov en los cuales la distribución del tamaño de las colas presenta una caída de tipo exponencial, subestima con creces la tasa de pérdida de celdas en varios órdenes de magnitud en redes ATM.

En [24] se demuestra, a partir del análisis de un multiplexor de voz y datos, una excepcional correlación positiva a largo plazo en el tráfico agregado, obteniendo unos retardos muy superiores a los predichos empleando modelos de Poisson.

En la referencia [25] se demuestra que el número de llegadas, contabilizadas en intervalos de tiempo adyacentes que resulta de la superposición de múltiples fuentes de voz independientes, homogéneas y susceptibles de ser tratadas mediante modelos de procesos de renovación, es un proceso complejo con fuertes correlaciones, que posee un impacto significativo sobre las prestaciones del sistema bajo estudio.

Lo interesante de estos y otros muchos estudios es que colocan de relieve el impacto que la dependencia temporal a largo plazo, intrínseca a los más diversos tipos de tráfico, tiene sobre las prestaciones de las redes de comunicaciones frente a otros modelos que no la presentan por simplicidad analítica (como los procesos de renovación), o que exhiben una estructura de correlación mucho más complicada analíticamente (como los modelos de Markov o autorregresivos habituales), todos los cuales son denominados como modelos con dependencia a corto plazo (SRD). Además, el principal inconveniente que presentan todos estos modelos tradicionales, es que requieren de un número muy elevado de parámetros para caracterizar las fuertes correlaciones que existen entre los diferentes tipos de tráfico en una red. Claramente, en este sentido, se cumple el hecho que en la medida de que el número de parámetros aumenta, lo hace la complejidad analítica y no necesariamente de forma lineal, aparte de la dificultad añadida de dar una interpretación física a todos los parámetros y de estimarlos adecuadamente a partir de datos empíricos.

Las características de autosimilaridad y fractalidad describen un fenómeno en el que una cierta propiedad de un objeto se preserva con respecto al escalamiento temporal o espacial y en un objeto autosimilar o fractal, sus partes magnificadas se asemejan a la forma del objeto completo, donde la semejanza se mide en algún sentido adecuado. Luego, por medio de la iteración de un cierto procedimiento, es posible obtener, por reconstrucción la forma más sencilla de autosimilaridad. Si este procedimiento se repite indefinidamente para cada nuevo segmento, cualquier porción del objeto por más pequeña que

esta sea, puede ser magnificada para reproducir exactamente una porción mayor. Esta propiedad se conoce con el nombre de “autosimilaridad exacta” [26]. No se pretende observar en un proceso altamente aleatorio como el de las llegada de paquetes a una red de datos, características autosimilares exactas, pero si se considera el tráfico observado como trazas de muestras pertenecientes a un proceso estocástico y se restringe la similitud solo a ciertas estadísticas específicas de las series temporales pero ajustadas en escala, se descubre autosimilaridad exacta en objetos matemáticos abstractos y autosimilaridad aproximada para cada realización específica que se considere.

Aclarado lo anterior, no se espera bajo punto de vista alguno que el tráfico en las redes bajo estudio exhiba autosimilaridad exacta, sino que se espera un comportamiento autosimilar del tipo estocástico y, en este respecto, para determinar el grado de autosimilaridad, puede emplearse la estadística de segundo orden para capturar la variabilidad de los procesos. De hecho, la invariancia a la escala puede ser definida en términos de la función de autocorrelación pues el decrecimiento polinómico, en lugar del exponencial, de esta función, es una manifestación de dependencia a largo plazo equivalente a la autosimilaridad, y constituye la óptica desde la cual deben ser interpretados todos los procesos autosimilares durante el desarrollo de esta investigación.

Por otra parte, con relación al problema fundamental del análisis de procesos autosimilares, o de forma más concreta al de series temporales que exhiben LRD, es decir, el de la estimación del parámetro de Hurst (H), los métodos propuestos en la literatura pueden clasificarse en dos grandes grupos, a saber:

1.- Métodos gráficos de regresión lineal. Con ellos se calcula algún estadístico $T(x)$ que se comporta asintóticamente para un determinado conjunto de valores de x , y por lo tanto, se basan en obtener mediante regresión lineal de mínimos cuadrados, la recta que mejor se ajuste (para dicho conjunto de valores de x) a la representación de $\log(T(x))$ frente a $\log(x)$, obteniéndose así el valor del parámetro H directamente a partir del valor de la pendiente de dicha recta.

2.- Métodos basados en estimadores de máxima verosimilitud (MLE) para H . Con ellos se minimizan las diferencias entre el periodograma de la serie en cuestión y su espectro teórico.

Los métodos pertenecientes al primer grupo son relativamente simples y rápidos algorítmicamente de implementar, pero su principal inconveniente reside en que primero debe estimarse un comportamiento asintótico a partir de un número finito de muestras, lo que hace que la estimación del parámetro de H dependa directa y considerablemente de la correcta elección del conjunto de valores de x . Por tal motivo, son fundamentales las representaciones gráficas para comprobar que el conjunto de valores de x se corresponda con la zona de comportamiento lineal y que la recta obtenida es un buen ajuste para los puntos representados. Así mismo es importante destacar que estos métodos sólo permiten obtener una estimación puntual de H , ya que la obtención de intervalos de confianza trae aparejados un alto coste de recurso computacional y grandes tiempos de procesamiento, ambos derivados del uso de los métodos del tipo gráficos de forma intensiva.

Por el contrario, los métodos basados en MLE aun cuando más complejos y con un coste computacional considerablemente mayor, son más flexibles y eficientes desde el punto de vista de la inferencia estadística, puesto que permiten la obtención de intervalos de confianza para los valores estimados de H . Por esta razón son los métodos más utilizados.

Esta investigación tratará con métodos basados en MLE para resolver los intervalos de confianza que conlleven a obtener las primeras aproximaciones para un valor de H , el cual luego será ajustado con el método propuesto. De todas formas, los métodos del primer grupo serán detenidamente analizados y los resultados que con ellos se obtengan, serán contrastados con los que se obtengan mediante MLE y el ajuste que sugiere el método propuesto. Luego, por cuanto el análisis comienza empleando MLE, es necesario recalcar que se trata de métodos diseñados para minimizar las diferencias entre el periodograma de la serie y el modelo paramétrico supuesto para su densidad espectral teórica. Además, el cálculo exacto de los MLE es computacionalmente costoso, por lo que habitualmente se usan funciones de verosimilitud gaussianas (MLE gaussianos). Sin embargo, aun considerando este tipo de funciones, el coste computacional es muy elevado, por lo que en la práctica se utilizan aproximaciones basadas en dichos MLE gaussianos y la aproximación más ampliamente usada es la de Whittle, y por este motivo en la modificación de una de las variantes para su obtención, se basa el método propuesto.

3. JUSTIFICACIÓN Y PROPUESTA DE UN ESTIMADOR DE WHITTLE EFICIENTE

Sea $f(\lambda, \theta)$ la forma paramétrica de la densidad espectral de un proceso estacionario gaussiano, X_t , donde $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_M)$, es el vector de parámetros que se desea estimar. Luego, sea $I(\lambda)$ el periodograma de muestras definido por

$$I(\lambda) = \frac{1}{2\pi N} \left| \sum_{t=1}^N X_t e^{i\lambda t} \right|^2 \quad (1)$$

El MLE aproximado de Whittle es el vector

$$\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_M) \quad (2)$$

que minimiza la función

$$Q(\theta) \triangleq \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_{-\pi}^{\pi} \frac{I(\lambda)}{f(\lambda, \theta)} d\lambda + \int_{-\pi}^{\pi} \log[f(\lambda, \theta)] d\lambda \right\} \quad (3)$$

En la práctica el cálculo del estimador de Whittle se realiza eligiendo un parámetro de escala adecuado θ_1 , tal que cumpla con

$$f(\lambda, \theta) = \theta_1 f(\lambda, \theta^*) = \theta_1 f^*(\lambda, \eta) \quad (4)$$

de forma que anule el segundo sumando de (3), es decir:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \log[f(\lambda, \theta^*)] d\lambda = \int_{-\pi}^{\pi} \log[f^*(\lambda, \eta)] d\lambda = 0 \quad (5)$$

donde $\eta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M)$ y $\theta^* = (1, \eta)$.

En [27] se demuestra que el parámetro de escala está dado por $\theta_1 = \sigma_c^2 / 2\pi$, siendo σ_c^2 el error mínimo de predicción (MSPE).

Por otra parte, en [28] se propone la versión discreta del estimador de Whittle, la cual aproxima a (3) mediante una suma de Riemann en el rango de frecuencias dado por $\lambda_k = 2\pi N^{-1}k$, con $k = 1, 2, \dots, N^*$ (siendo N^* la parte entera de $(N-1)/2$). Con lo cual la función a minimizar viene dada por la expresión

$$\tilde{Q}(\theta_1, H) = \frac{4\pi}{N} \left\{ \sum_{k=1}^{N^*} \frac{I(\lambda_k)}{f(\lambda_k, \theta_1, H)} + \log[f(\lambda_k, \theta_1, H)] \right\} \quad (6)$$

Con la elección del parámetro de escala adecuado se obtiene el parámetro H estimado, \hat{H} , valor que minimiza la expresión siguiente

$$\tilde{Q}^*(H) = \tilde{Q}(1, H) = \sum_{k=1}^{N^*} \frac{I(\lambda_k)}{f(\lambda_k, 1, H)} = \sum_{k=1}^{N^*} \frac{I(\lambda_k)}{f^*(\lambda_k, H)} \quad (7)$$

donde se verifica que

$$f^*(\lambda, H) = \frac{1}{\theta_1} f(\lambda, \theta_1, H) = \frac{2\pi}{\sigma_c^2} \quad (8)$$

Desde este punto de vista, resaltan las siguientes desventajas del estimador de Whittle en sus formas convencionales:

- 1.- Necesidad de conocer la forma paramétrica de la densidad espectral,
- 2.- Alto tiempo de cálculo debido del uso de métodos gráficos.

Desde la perspectiva de la aplicación del estimador de Whittle a procesos donde no es posible asegurar nada con respecto a su densidad espectral, resulta de gran utilidad el Teorema del límite central para procesos autosimilares, puesto que es una buena aproximación para series no gaussianas, que permite aplicar a series agregadas cualquier resultado obtenido para procesos gaussianos autosimilares puros, como se demuestra en [29]. Luego, resulta de interés, el hecho de que este teorema permite suponer que para una serie temporal de tamaño N cuya función de autocorrelación exhibe caída hiperbólica LRD, si m y N/m son lo suficientemente grandes y la varianza es finita, el proceso FGN es una buena aproximación para las secuencias agregadas de la serie, aun cuando no sea gaussiana [30].

Lo anterior es la base de la variante del estimador de Whittle conocida como estimador de Whittle agregado, la cual provee de una forma más robusta y menos sesgada del estimador de Whittle cuando no se dispone de información acerca de la forma paramétrica exacta de la densidad espectral. En otras palabras, se tiene la serie más corta representativa dada por la expresión

$$X_k^{(m)} = \frac{1}{m} \sum_{i=km}^{(k+1)m-1} X_i \quad 0 \leq k \leq [N/m] \quad (9)$$

y luego se aplica el estimador de Whittle, considerando como modelo paramétrico de su densidad espectral, el del Ruido Gaussiano Fraccionario (FGN). Sin embargo a pesar del hecho

que al usar una serie más corta se reduce considerablemente el costo computacional, el inconveniente que se presenta es que aumenta la varianza del estimador, por lo tanto la del grado de autosimilaridad y con ello disminuye el grado de representatividad del patrón.

Otro inconveniente asociado al método es la imposibilidad de conocer a priori el valor de m apropiado. Pero en este último sentido, en [31] se expone un método para representar las estimaciones del parámetro H obtenidas para distintos valores de m , y buscar una región donde la gráfica se manifieste aproximadamente plana.

En [32] y [33] se expone el estimador local de Whittle, el cual, a diferencia del estimador de Whittle, es un estimador de tipo semiparamétrico que solo especifica la forma paramétrica de la densidad espectral para frecuencias próximas a cero, es decir,

$$f(\lambda) \sim G|\lambda|^{1-2H} \quad (10)$$

cuando $\lambda \rightarrow 0$.

Sustituyendo $f(\lambda, H)$ dado por (10) en (2), e integrando hasta la frecuencia $2\pi M/N$, con $1/M + M/N \rightarrow 0$ cuando $N \rightarrow \infty$, se tiene

$$Q(G, H) \triangleq \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left[\frac{I(\lambda_j)}{G\lambda_j^{1-2H}} + \log(G\lambda_j^{1-2H}) \right] \quad (11)$$

Reemplazando la constante G por su estimación, dada por

$$\hat{G} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{I(\lambda_j)}{\lambda_j^{1-2H}} \quad (12)$$

se obtiene la función a minimizar, es decir,

$$R(H) \triangleq Q(\hat{G}, H) - 1 \quad (13)$$

$$R(H) \triangleq \log \left[\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{I(\lambda_j)}{\lambda_j^{1-2H}} \right] - (2H-1) \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \log(\lambda_j) \quad (14)$$

Sin embargo el problema persiste, por cuanto la elección del valor de M resulta fundamental, y de él depende el sesgo y la varianza, y nuevamente aparece este compromiso entre sesgo y varianza. No obstante, en la medida en que se aumente M , el valor estimado para H converge más rápidamente al valor real de H pero, en cambio, la forma del espectro se apartará cada vez más de (6) y los efectos de la SRD serán mayores, por lo que el sesgo aumentará. Luego, al igual que en el método anterior debe optarse por representar el valor estimado de H frente a M y encontrar la región plana de la gráfica.

Como se puede observar de los métodos expuestos sobre el estimador de Whittle, todos ellos requieren la minimización de una expresión; (6) o (14). La forma más obvia de realizar tales minimizaciones consiste en evaluar dichas expresiones para un cierto número de valores de H equidistantes, q , que dependerá de la resolución deseada. Sin embargo, se advierte que basta un número de muestras moderadamente elevado para que el algoritmo se traduzca inmediatamente en un coste computacional muy elevado.

4. CONCLUSIONES

Luego, para reducir este coste computacional, se propone una minimización a través de un algoritmo que reduzca el número de puntos a evaluar. Para ello se aprovechará la característica de que la función a minimizar es convexa en todo el dominio $[0.5, 1($ y además el mínimo es por lo tanto único. Así, un método de búsqueda por bisección, aplicado sobre la derivada de la función, deberá de permitir que el número de puntos evaluados este sólo en torno a $\log_2(q)$, lo cual redundará en un ahorro de muestras significativo, a la vez que no se tranza en relación con el compromiso entre el sesgo y la varianza.

Luego, considerando que el cálculo de la derivada en un punto H_i puede ser aproximado por un coeficiente de diferencias para un incremento suficientemente pequeño, h , es decir:

$$Q'(H_i) \approx \frac{Q(H_i + h) - Q(H_i)}{h} \quad (15)$$

para $h \rightarrow 0$.

se deriva el hecho de que la principal hipótesis de trabajo dice relación con establecer un grado de autosimilaridad basado en el estimador de Whittle, sin embargo, por las complicaciones que presenta el compromiso entre el sesgo y la varianza que subyace a todos los modelos, se plantea que en un espectro reducido de puntos es posible entregar una respuesta con un nivel de compromiso aceptable. Así, para la obtención de los intervalos de confianza, y aprovechando la convexidad de la función a minimizar en todo el dominio $[0.5, 1($, que implica la existencia de un único mínimo, se tendrá en cuenta que en el caso de estimar un único parámetro H , si \hat{H} es el valor que minimiza la función $Q(H)$ y H_0 es su valor real, entonces,

$$(\hat{H} - H_0) \rightarrow N(0, \sigma_H) \quad (16)$$

donde el parámetro σ_H está definido por:

$$\sigma_H^2 = \frac{4\pi}{N} \left\{ \int_{-\pi}^{\pi} \left[\frac{\partial \log[f(\lambda, H)]}{\partial H} \right]^2 d\lambda \right\}_{H=H_0}^{-1} \quad (17)$$

Luego, el cálculo de la derivada dada por (14) puede, de igual forma, aproximarse mediante un coeficiente de diferencias para un incremento suficientemente pequeño, h . Pero en este caso, el valor elegido de θ_1 es diferente pues se produce una cancelación. Así,

$$\sigma_H^2 = \left\{ \sum_{k=1}^{N^*} \left[\frac{\partial \log[f(\lambda_k, \theta_1, H)]}{\partial H} \right]^2 \right\}_{H=\hat{H}}^{-1} \quad (18)$$

donde finalmente se postula que,

$$\sigma_H^2 = \left\{ \sum_{k=1}^{N^*} \left\{ \frac{\log[f(\lambda_k, \theta_1, \hat{H} + h)]}{\partial H} - \frac{\log[f(\lambda_k, \theta_1, \hat{H})]}{\partial H} \right\}^2 \right\}^{-1} \quad (19)$$

Se presentó, discutió y desarrolló la hipótesis sobre la existencia de un proceso con estructura temporal de memoria de largo plazo, representativo de la independencia entre el grado de aleatoriedad del tráfico generado por las fuentes y el patrón del flujo de tráfico que exhibe la red. Se ha expuesto esta instancia con el ánimo de ser considerada como una forma nueva y alternativa de abordar los temas de estimación del rendimiento y diseño de redes regidas por el estándar IEEE 802.3-2005.

Los modelos tradicionales basados en procesos de Poisson, o de manera más general, en procesos de dependencia a corto plazo son incapaces de describir el comportamiento de las actuales redes de datos, en particular el caso de las redes Ethernet conmutadas según el estándar IEEE 802.3-2005. Consecuentemente, es necesario un replanteamiento del estudio de los sistemas de carga, considerando procesos de entrada autosimilares, producto de que la demanda de tráfico autosimilar impone nuevos requerimientos en el diseño de las redes, en especial en lo que a estrategias de buffering se refiere.

Todos los métodos tradicionalmente empleados para valorizar el estimador de Whittle presentan las desventajas de la necesidad de conocer la forma paramétrica de la densidad espectral, y un alto coste computacional derivado de la aplicación intensiva de métodos gráficos. Se estima que estos inconvenientes pueden ser salvados en la medida en que pueda ser factible introducir un algoritmo que reduzca el número de puntos a evaluar. Esto no tan solo es sinónimo de un menor coste de procesamiento computacional, sino que permitiría una nueva alternativa para ser considerada en el estudio que sobre las prestaciones de una red, tiene la consideración de tráfico con características autosimilares o fractales.

Se propone que una función para realizar la minimización de la función generatriz del estimador local de Whittle que sea convexa en un dominio acotado, presenta la ventaja de tener un solo mínimo, completamente individualizable, y por lo tanto con la aplicación de un método de búsqueda por bisección aplicado sobre la derivada de la función debería permitir determinar un punto en torno al cual fluctúen todos los valores. Y esto es en definitivas, contar con una región plana en la cual el valor del parámetro H , sea perfectamente aproximado por un coeficiente de diferencias. Lo anterior deberá traducirse en un ahorro en los costes computacionales y tiempo de procesamiento que avalen el nuevo modelo propuesto.

Para el desarrollo de las simulaciones se está trabajando en la búsqueda primeramente de literatura que exponga de forma clara técnicas de simulación y análisis estadísticos para series con dependencia a largo plazo. Pues se considera que no basta con inducir resultados a partir de agregaciones, sino que debe existir una formalización de los procedimientos para estudiar concretamente dependencias a largo plazo. Esta es un área que requiere atención urgente, pues de ella depende en gran medida el costo operacional en materia de capacidad computacional.

REFERENCIAS

- [1] Millán, G., Kaschel, H., and Lefranc, G. (2010), Discussion of the analysis of self-similar teletraffic with long-range dependence (LRD) at the network layer level," *International Journal of Computer Communications & Control*, **Vol. V**, no. 5, pp. 799-812.
- [2] Millán, G., San Juan, E., and Vargas, M. (2019), A simplified multifractal model for self-similar traffic flows in high-speed computer networks, *Computación y Sistemas*, **Vol. 23**, no. 4, pp. 157-1521, 2019.
- [3] Millán, G. (2013), Modelado de tráfico basado en procesos multifractales asociativos, Ph.D. dissertation, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile, 2013.
- [4] Millán, G., and Lefranc, G. (2013), A fast multifractal model for self-similar traffic flows in high-speed computer networks," *Procedia Computer Science*, **Vol. 17**, pp. 420-425.
- [5] Metcalfe, M. and Boggs, R. (1976). Ethernet: Distributed Packet Switching for Local Computer Networks. *Communications of the ACM*, **Vol. 19**, no. 7.
- [6] Millán, G. Osorio-Comparán, R., and Lefranc, G. (2021). Preliminaries on the acirate estimation of the Hurst exponent using time series, arXiv preprint, arXiv: 2103.02091, 2021.
- [7] Ibañez, G. (2005). Contribución al Diseño de Redes de Campus Ethernet Autoconfigurables. Ph.D. thesis, Dept. Ing. Telemática, Universidad Carlos III de Madrid, Madrid, España.
- [8] García, J., Ferrando, S., and Piattini, M. (1997), *Redes para Proceso distribuido*, Madrid, Ra-Ma, pp. 127-160.
- [9] Zacker, C. (2002), *Redes. Manual de Referencia*, Madrid, McGraw-Hill, pp. 275-341.
- [10] Halabi, S. (2003), *Metro Ethernet. The Definitive Guide to Enterprise and Carrier Metro Ethernet Applications*. Indianapolis, Cisco Press, pp. 1.
- [11] Leland, W., Taqu, M., Willinger, W., and Wilson, D. (1994b), On the Self-similar Nature of Ethernet Traffic, *IEEE/ACM Trans. Networking*, vol. 2, no. 1, pp. 1-15.
- [12] Robinson, P. (1983), Gaussian Semiparametric Estimation of Long-range Dependence, *Annals of Statistics*, **Vol. 3**, no 1995b, pp. 1630-1661.
- [13] Geweke, J., and Porter-Hudak, S. (1983a), *The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models*. J. Timer Ser. Anal. 4, pp. 221-238.
- [14] Stallings, W. (2004), *Internet y Redes de Alta Velocidad. Rendimiento y Calidad de Servicio*. 2nd ed., Madrid, Pearson Prentice Hall, pp. 224-225.
- [15] Stallings, W. (2004), *Internet y Redes de Alta Velocidad. Rendimiento y Calidad de Servicio*. 2nd ed., Madrid, Pearson Prentice Hall, pp. 224-225.
- [16] Kleinrock, L. (1972), *Communication Nets*, New York, McGraw-Hill.
- [17] Leland, W., Taqu, M., Willinger, W., and Wilson, D. (1993), On the Self-similar Nature of Ethernet Traffic, *Computer Communications Review*, **Vol. 23**, pp. 183-193.
- [18] Leland, W., Taqu, M., Willinger, W., and Wilson, D. (1994), On the Self-similar Nature of Ethernet Traffic, *IEEE/ACM Trans. Networking*, vol. 2, no. 1, pp. 1-15.
- [19] Klivansky, S., Mukherjee, S., and Song, C. (1995), *Factor Contributing to Self-similarity over NFSNet*, Georgia Institute of Technology.
- [20] Paxon, V., and Wilson, D. (1995), Wide-area Traffic: The failure of Poisson Modeling, *IEEE/ACM Trans. Networking*, **Vol. 3**, no. 1, pp. 266-244.
- [21] Duffy, D., Mcintosh, A., Rosenstein, M., and Willinger W. (1994), Statistical Analysis of CCSN/SS7 Traffic Data from Working CCS Subnetworks, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, **Vol. 12**, pp. 544-551.
- [22] Crovella, M., and Bestavros, A. (1997), Self-similarity in World Wide Web Traffic: Evidence and Possible Causes, *IEEE/ACM Trans. Networking*, **Vol. 5**, no. 6, pp. 835-846.
- [23] Garret, M., and Willinger, W. (1994), Analysis, Modeling and Generation of Self-similar VBR video Traffic, Proc. *ACM SIGCOMM'94*, pp. 269-280, London.
- [24] Beran, J., Sherman, R., Taqu, M., and Willinger, W. (1995), Long-range Dependence in Variable-bit-rate Video Traffic, *IEEE Trans. Communications*, **Vol. 24**, no. 2, pp.1566-1579.
- [25] Norros, I. (1994), A Storage Model with Self-similar Input, *IEEE Tans. Queueing Systems*, **Vol. 16**, pp. 387-396.
- [26] Likhanov, N., Tsybakov, B., and Georganas, N. (1995), Analysis of an ATM Buffer with Self-similar ("Fractal") Input Traffic, Proc. *IEEE INFOCOM'95*, pp. 985-992, Boston, MA.
- [27] Elwaid, A., and Mitra, D. (1993), Effective Bandwidth of General Markovian Traffic Sources and Admission Control of High-speed Networks, *IEEE/ACM Trans. Networking*, **Vol. 1**, no. 3, pp. 329-343.
- [28] Sriram, K., and Whitt, W. (1986), Characterizing Superposition Arrival Processes in Packet Multiplexers for Voice and Data, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, **Vol. 4**, pp. 833-846.
- [29] Heffes, H., and Lucantoni, D. (1986), A Markov Modulated Characterization of Packetized Voice and Data Traffic and Related Statistical Multiplexer Performance, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, **Vol. 4**, no. 6, pp. 856-868.
- [30] Bravo, J., and Marrone, L. (2007), Tráfico Autosimilar. Algoritmo Algebraico para Asignación Dinámica del Buffer, *Revista INGENIUS*, Ed. 2, Facultad de Ingenierías, Universidad Politécnica Salesiana, Ecuador.
- [31] Beran, J. (2000), *Statistics for Long-memory Processes, in Generalized Additive Models (Monographs on Statistics and Applied probability)*, New York, Chapman & Hall.
- [32] Geweke, J., and Porter-Hudak, S. (1983), *The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models*. J. Timer Ser. Anal. 4, pp. 221-238.
- [33] Millán, G., San Juan, E., and Jamett, M. (2014), A simple estimator of the Hurst exponent for self-similar traffic flows, *IEEE Latin America Transactions*, **Vol. 12**, no. 8, pp. 1349-1354.